Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

Vibracions Mecàniques

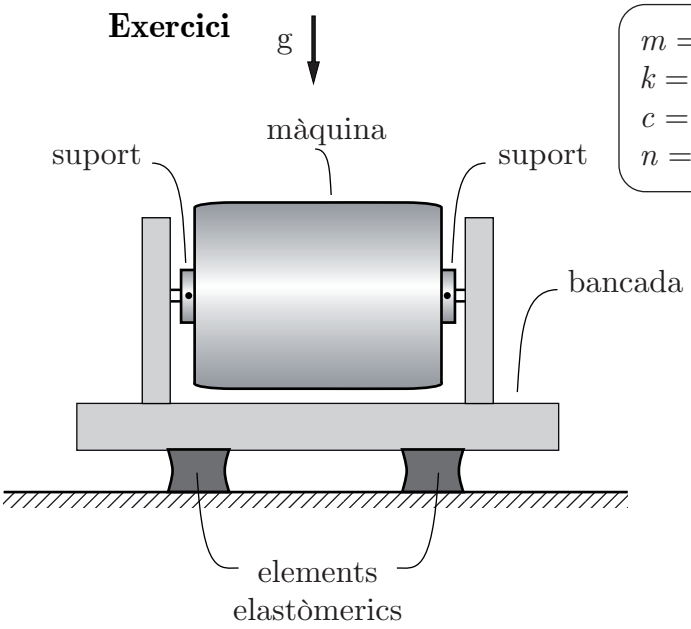
Exàmens Curs 2021-2022

Lluïsa Jordi

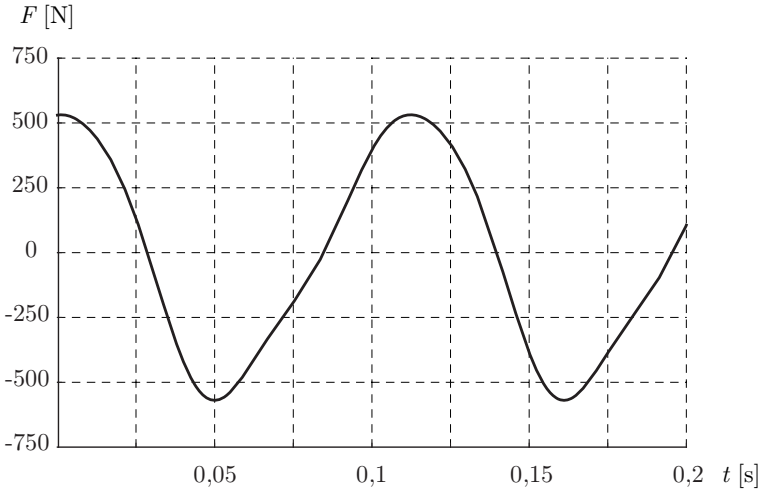
Departament d'Enginyeria Mecànica

- Contingut del sobre: enunciat, 2 fulls quadriculats i 2 fulls en blanc. **No es repartirà més material**.
- Per realitzar l'exercici es disposa d'**una hora i mitja**.
- Pel que fa al material escrit només es pot disposar d'**un full A4 manuscrit original**.
- A l'hora d'entregar introduïu els fulls quadriculats i els blancs en el sobre.

Exercici



$m = 600$ kg
$k = 2000$ N/mm
$c = 3800$ N/(m/s)
$n = 540$ min^{-1}



Una empresa es planteja la instal·lació d'una nova màquina rotativa. Per tal de preveure com pot afectar la instal·lació d'aquesta nova màquina en l'activitat habitual de l'empresa, es realitzen diverses anàlisis.

La màquina, que gira a $n = 540$ min^{-1} instal·lada a la seva bancada, transmet als seus suports la força mostrada a la figura. L'anàlisi de Fourier d'aquesta força indica que les amplituds $F_{\mathrm{p}i}$ dels seus harmònics principals és:

Harmònic	1	2	3
$F_{\mathrm{p}i}$ [N]	530,2	66,6	32,2

La instal·lació del conjunt màquina + bancada, de massa m, es realitzarà sobre quatre elements elastomèrics modelitzats com una molla, k, i un amortidor viscós, c, de comportament lineal en paral·lel cadascun d'ells.

Suposant una distribució uniforme de la càrrega, determineu:

a) L'expressió, en funció del temps, de la força alternativa, $F_{\text{suports}}(t)$, que la màquina transmet als seus suports.

b) El valor eficaç, $F_{\text{suports ef}}$, de la força $F_{\text{suports}}(t)$ obtinguda a l'apartat anterior.

c) La freqüència pròpia f_0 i la raó d'esmorteïment ζ del moviment vertical per al muntatge proposat de la màquina.

d) El valor eficaç, a_{ef}, de l'amplitud de l'acceleració del moviment de la bancada de la màquina si s'instal·la de la manera prevista.

e) El valor eficaç, $F_{\text{Telas ef}}$, de la força alternativa que es transmet al terra amb la fixació elàstica proposada per a la instal·lació.

f) Analitzeu i comenteu l'eficàcia de la fixació elàstica proposada. En cas que la proposta de l'enunciat no sigui l'adient, formuleu alguna alternativa per a la instal·lació que permeti reduir la força que es tramet a terra.

Solució Exercici

a) A partir de la informació de l'anàlisi de Fourier de la força que la màquina transmet als seus suports, l'expressió en funció del temps d'aquesta força es pot escriure com:

$$F_{\text{suports}}(t) = F_{\text{p1}} \cos\left(2\,\pi f_1\, t + \varphi_1\right) + F_{\text{p2}} \cos\left(2\,\pi\, 2 f_1\, t + \varphi_2\right) + F_{\text{p3}} \cos\left(2\,\pi\, 3 f_1\, t + \varphi_3\right).$$

Tenint en compte que la màquina gira a $n = 540$ min^{-1}, $f_1 = 9$ Hz. F_{p1}, F_{p2} i F_{p3} són els valors proporcionats a l'enunciat i φ_1, φ_2 i φ_3 les fases entre els diferents harmònics de $F_{\text{suports}}(t)$. Aquests valors no es poden conèixer amb la informació proporcionada.

b) El valor eficaç $F_{\text{suports ef}}$ s'obté com:

$$F_{\text{suports ef}} = \sqrt{\sum_i F^2_{\text{suports ef}_i}} = \sqrt{\left(\frac{F_{\text{p1}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{F_{\text{p2}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{F_{\text{p3}}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 378,5 \text{ N}$$

c) Tenint en compte que els quatre elements elastòmerics sobre els quals recolza el conjunt màquina + bancada es modelitzen com un conjunt molla amortidor en paral·lel cadascun d'ells, la freqüència pròpia i la raó d'esmorteïment del sistema són:

$$f_0 = \frac{1}{2\,\pi}\sqrt{\frac{4\,k}{m}} = 18,38 \text{ Hz}, \qquad \zeta = \frac{4\,c}{2\,\sqrt{4\,k\,m}} = 0{,}1097.$$

d) El moviment vibratori de la bancada és causat per la força que la màquina transmet als seus suports i que, per tant, actua com a força excitadora. El moviment vibratori provocat per aquesta força es pot determinar a partir del factor d'amplificació.

$$x_{\text{p}} = \frac{F_{\text{p}}}{k}\,\frac{1}{\sqrt{\left(1-\rho^2\right)^2 + \left(2\,\zeta\,\rho\right)^2}}.$$

Per determinar el valor eficaç de l'amplitud de l'acceleració del moviment de la bancada primer cal determinar el valor de pic d'aquesta magnitud per a cadascun dels harmònics de la força excitadora. Així doncs

$$a_{\text{p}i} = \left(2\,\pi\, f_i\right)^2 x_{\text{p}i}$$

Freqüència [Hz]	9	18	27
a_{p} [mm/s^2]	276,1	486,9	96,33

El valor eficaç a_{ef} s'obté com:

$$a_{\mathrm{ef}} = \sqrt{\sum_i a_{\mathrm{ef}_i}^2} = \sqrt{\left(\frac{a_{\mathrm{p1}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a_{\mathrm{p2}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a_{\mathrm{p3}}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 401,6 \text{ mm/s}^2.$$

e) La força alternativa que es transmet a terra s'obté a partir del factor de transmissió, de manera que:

$$F_{\mathrm{Telas}}(t) = \sum_i \left|\boldsymbol{FT}\left(\omega_i\right)\right| F_{\mathrm{p}_i} \cos\left(2\,\pi f_i\, t + \varphi_i + \arg\left(\boldsymbol{FT}\left(\omega_i\right)\right)\right).$$

El valor eficaç $F_{\mathrm{Telas\ ef}}$ s'obté a partir dels valors de pic de cadascun dels harmònics com:

$$F_{\mathrm{Telas\ ef}} = \sqrt{\left(\frac{\left|\boldsymbol{FT}\left(2\,\pi\, f_1\right)\right| F_{\mathrm{p1}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\left|\boldsymbol{FT}\left(2\,\pi\, 2 f_1\right)\right| F_{\mathrm{p2}}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\left|\boldsymbol{FT}\left(2\,\pi\, 3 f_1\right)\right| F_{\mathrm{p3}}}{\sqrt{2}}\right)^2}.$$

Substituint els valors numèrics s'obté: $F_{\mathrm{Telas\ ef}} = 538,6$ N.

f) La fixació elàstica proposada no es mostra útil ja que no s'ha aconseguit reduir el valor eficaç de la força transmesa. Aquest fet es deu al fet que la raó de freqüències ρ, tant per al primer harmònic com per al segon, és inferior a $\sqrt{2}$. Per tant, el factor de transmissió és superior a la unitat per a aquests dos harmònics.

Freqüència [Hz]	9	18	27
$\rho = f/f_0$	0,4897	0,9794	1,469

Cal doncs, augmentar la raó de freqüències per al primer harmònic –com a conseqüència també augmentarà per al segon harmònic. Tenint en compte que la freqüència d'excitació no es pot variar, cal fer disminuir suficientment la freqüència pròpia f_0. Això es pot aconseguir o bé augmentant la massa m del sistema o bé disminuint la rigidesa k dels elements elàstomèrics. La manera habitual de procedir és augmentar la massa per tal de no posar en perill l'estabilitat del muntatge davant de pertorbacions externes.

Si s'imposa que el factor de transmissió valgui la unitat quan $\rho' = f_1 / f_0' = \sqrt{2}$ sense modificar els elements elastomèrics s'obté que el sistema hauria de tenir com a mínim una massa $m' = 5004$ kg.

En aquest cas, si com a solució es tria afegir una massa de 4500 kg, la nova massa del sistema serà $M = 5100$ kg i el valor eficaç de la força transmesa a terra passa a ser $F'_{\text{Telas ef}} = 361{,}2$ N.

Així doncs, la solució proposada es mostra efectiva per al valor eficaç de la força transmesa a terra ja que s'ha aconseguit reduir en un 33%.

Pel que fa al moviment de la bancada, el valor eficaç de l'acceleració també es veu reduït; en aquest cas en un 64%.

- Contingut del sobre: enunciat, 3 fulls quadriculats i 2 fulls en blanc. **No es repartirà més material**.
- La durada de l'examen és: **una hora per al test** i de **dues hores per al problema**.
- Material escrit: només es pot disposar d'**un full A4 manuscrit original**.
- Per entregar introduïu els fulls quadriculats i el material aprofitable en el sobre.

$m_1 = 2{,}5$ kg $\quad m_2 = 5$ kg
$k_1 = 2000$ N/m $\quad k_2 = 4000$ N/m
$c_1 = 15$ N/(m/s) $\quad c_2 = 20$ N/(m/s)
$z_p = 50$ µm $\quad f = 6$ Hz

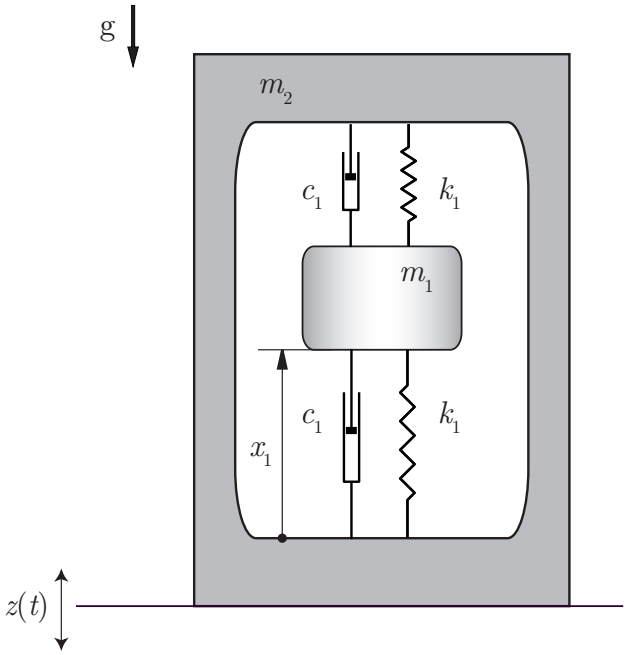


Figura a)

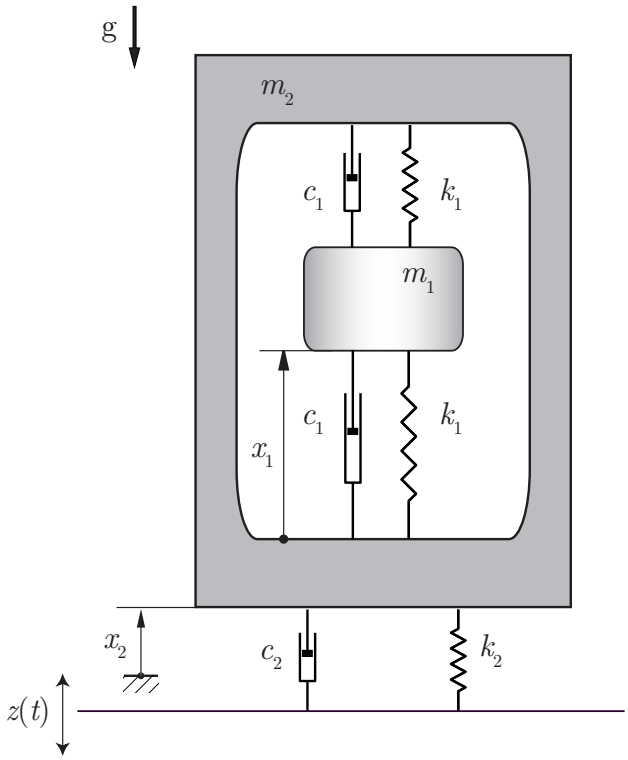


Figura b)

Una de les maneres d'empaquetar objectes fràgils per al seu enviament és subjectar l'objecte dins d'un contenidor amb cordes tensades.

Per realitzar una anàlisi simplificada de la vibració a la qual es veurà sotmès l'objecte durant el seu transport s'utilitza el model de la figura. L'objecte fràgil de massa m_1 es subjecta al contenidor de massa m_2 mitjançant dues cordes modelitzades com un grup molla amortidor de comportament lineal cadascuna.

El contenidor es fixa sobre el terra que està sotmès a una vibració sinusoidal $z(t) = z_p \cos(2\,\pi\, f\, t)$ µm a causa d'un element extern (Figura a).

Determineu:

a) La freqüència pròpia f_0 i la raó d'esmorteïment ζ del sistema.

b) L'amplitud $x_{1\mathrm{p}}$ del moviment vertical de l'objecte relatiu al contenidor.

Per tal de reduir aquest moviment vertical es proposa intercalar entre el contenidor i el terra un aïllament modelitzat com una molla i amortidor de comportament lineal.

Per tal de comprovar l'eficàcia de l'aïllament, s'utilitza el model de dos graus de llibertat (Figura b) amb el vector de coordenades generalitzades $\boldsymbol{q} = \{x_1,\ x_2\}^{\mathrm{T}}$. Determineu:

c) Les matrius d'inèrcia $\boldsymbol{M}$, de rigidesa $\boldsymbol{K}$ i d'esmorteïment $\boldsymbol{C}$.

d) Les freqüències pròpies f_{0i} i els modes propis $\boldsymbol{p}_i$. Interpreteu els resultats.

e) L'esmorteïment dels modes propis ζ_i si es negligeix l'acoblament per esmorteïment.

f) L'expressió de la matriu de resposta freqüencial $\boldsymbol{H}(\omega)$ si es pren com a entrada el vector d'excitació $\boldsymbol{e}$, que té per components els termes independents de les equacions de moviment, i com a sortida el vector de coordenades generalitzades $\boldsymbol{q}$.

g) El nou valor de l'amplitud $x'_{1\mathrm{p}}$ del moviment vertical de l'objecte relatiu al contenidor. Comenteu si s'ha aconseguit o no el propòsit de reduir l'amplitud d'aquest moviment.

Solució

a) Si el contenidor està fixat al terra vibrant l'únic grau de llibertat lliure del sistema correspon al moviment de l'objecte fràgil de massa m_1 respecte el contenidor. La seva equació de moviment es pot determinar a partir del teorema de la quantitat de moviment en direcció vertical:

$$m_1\,\ddot{x}_1 + 2\,c_1\,\dot{x}_1 + 2\,k_1\,x_1 = -m_1\ddot{z}$$

La freqüència pròpia i la raó d'esmorteïment es determinen, per exemple, a partir d'aquesta equació del moviment.

$$f_0 = \frac{1}{2\,\pi}\sqrt{\frac{2\,k_1}{m_1}} = 6{,}366\ \text{Hz} \qquad \text{i} \qquad \zeta = \frac{2\,c_1}{2\sqrt{2\,k_1\,m_1}} = 0{,}15.$$

b) L'amplitud $x_{1\text{p}}$ del moviment vertical de l'objecte relatiu al contenidor es pot determinar a partir de la funció de resposta freqüencial que relaciona el moviment de l'objecte amb el moviment del terra. Aquesta funció es pot obtenir aplicant la transformada de Fourier a l'equació del moviment:

$\left(-m_1\,\omega^2 + 2\,c_1\,\omega\,\text{j} + 2\,k_1\right)\boldsymbol{X}_1 = m_1\,\omega^2\,\boldsymbol{Z}$. Per tant, l'amplitud $x_{1\text{p}}$ per a les dades especificades a l'enunciat és:

$$x_{1\text{p}} = z_{1\text{p}}\,\frac{m_1\,\omega^2}{\sqrt{\left(2\,k_1 - m_1\,\omega^2\right)^2 + \left(2\,c_1\,\omega\right)^2}}\Bigg|_{\omega=2\pi f} = 146{,}1\ \mu\text{m}$$

c) Si s'introdueix un element elàstic entre el contenidor i el terra vibrant el sistema té dos graus de llibertat lliures. Les matrius d'inèrcia, de rigidesa i d'esmorteïment es poden trobar a partir de les expressions de l'energia cinètica, de l'energia potencial i de la potència de les forces no conservatives, o bé a partir de les equacions del moviment.

L'energia cinètica E_c del sistema és la suma de l'energia cinètica dels dos elements en moviment.

$$E_\text{c} = \frac{1}{2}\,m_1\left(\dot{x}_1 + \dot{x}_2\right)^2 + \frac{1}{2}\,m_2\,\dot{x}_2^2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} m_1 & m_1 \\ m_1 & m_1 + m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 2{,}5 \\ 2{,}5 & 7{,}5 \end{pmatrix}\text{kg}$$

Prenent l'origen de l'energia potencial E_p a la posició d'equilibri, l'energia potencial només és l'associada a les forces de les molles.

$$E_\mathrm{p} = \frac{1}{2}\,2\,k_1\,x_1^2 + \frac{1}{2}\,k_2\left(x_2 - z\right)^2$$

Els elements de la matriu de rigidesa $\boldsymbol{K}$ són: $k_{ij} = \left.\dfrac{\partial^2 E_\mathrm{p}}{\partial\, q_i\ \partial\, q_j}\right|_{\boldsymbol{q}_\mathrm{eq}}$

$$\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} 2\,k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{pmatrix}\mathrm{N/m}$$

La matriu d'esmorteïment $\boldsymbol{C}$ s'obté de l'expressió de la potència de les forces no conservatives, $P_\mathrm{nc} = \sum_i Q_i\,\dot{q}_i$ on Q_i és la força generalitzada associada a la coordenada q_i i $c_{ij} = -\partial\, Q_i \big/ \partial\, \dot{q}_j\big|_{\boldsymbol{q}_\mathrm{eq},\,\dot{\boldsymbol{q}}=0}$. En aquest cas:

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 2\,c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}\mathrm{N/(m/s)}$$

Amb les matrius $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{K}$ i $\boldsymbol{C}$ l'equació matricial del moviment lliure a l'entorn de la configuració d'equilibri és

$$\boldsymbol{M}\,\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}\,\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\,\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0} \qquad [1]$$

d) Les freqüències pròpies f_{0i} i els modes propis $\boldsymbol{p}_i$ s'obtenen diagonalitzant la matriu dinàmica $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}$. En funció dels valors propis λ_i, les freqüències pròpies són: $f_{0i} = \sqrt{\lambda_i}\big/\left(2\pi\right)$. La forma de vibrar associada al mode propi de freqüència pròpia f_{0i} queda descrita pel vector propi $\boldsymbol{p}_i$ associat al valor propi λ_i.

$$f_{01} = \sqrt{\lambda_1}\big/\left(2\,\pi\right) = 8{,}318\ \mathrm{Hz} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{p}_1 = \left\{0{,}9239,\ -0{,}3827\right\}^\mathrm{T}\ \mathrm{m}$$
$$f_{02} = \sqrt{\lambda_2}\big/\left(2\,\pi\right) = 3{,}445\ \mathrm{Hz} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{p}_2 = \left\{0{,}3827,\ 0{,}9239\right\}^\mathrm{T}\ \mathrm{m}$$

El primer mode propi descriu un moviment harmònic de freqüència 8,318 Hz en el qual l'objecte fràgil i el contenidor es mouen en contrafase i amb una relació d'amplituds de $x_1/x_2 = -2{,}414$, és a dir l'amplitud del moviment de l'objecte fràgil és més gran que l'amplitud del moviment del contenidor.

El segon mode propi descriu un moviment harmònic de freqüència 3,445 Hz en el qual l'objecte fràgil i el contenidor es mouen en fase i amb una relació

d'amplituds de $x_1/x_2 = 0{,}4142$. En aquest cas, l'amplitud del moviment de l'objecte fràgil és més petita que l'amplitud del moviment del contenidor.

e) Si es pren la matriu $\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{p}_1 & \boldsymbol{p}_2 \end{pmatrix}$, que té per columnes els vectors propis de la matriu dinàmica $\boldsymbol{D}$, i a l'equació matricial del moviment lliure [1] es fa el canvi a coordenades modals, $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{P}\,\xi$, i es premultiplica per $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$, s'obté:

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\,\boldsymbol{P}\,\ddot{\xi} + \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P}\,\dot{\xi} + \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{P}\,\xi = \boldsymbol{0}$$

Les matrius $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\,\boldsymbol{P}$ i $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{P}$ són diagonals.

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\,\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1,464 & 0 \\ 0 & 8,536 \end{pmatrix} \text{ Unitats SI}$$

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 4000 \end{pmatrix} \text{ Unitats SI}$$

La matriu $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P}$ només és diagonal en casos com en el d'esmorteïment proporcional o esmorteïment de Rayleigh, on la matriu $\boldsymbol{C}$ és una combinació lineal d'$\boldsymbol{M}$ i $\boldsymbol{K}$. En aquest cas

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 28,54 & 3,536 \\ 3,536 & 21,46 \end{pmatrix} \text{ Unitats SI}$$

Els termes diagonals de $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P}$ descriuen l'esmorteïment directament associat a cada coordenada modal ξ_i, i per tant a cada mode propi. Amb aquestes consideracions negligint l'acoblament per esmorteïment, la raó d'esmorteïment de cada mode és:

$$\zeta_i = \frac{\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P}\right)_{ii}}{2\sqrt{\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{P}\right)_{ii}\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\,\boldsymbol{P}\right)_{ii}}} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \zeta_1 = 0{,}1864 \\ \zeta_2 = 58{,}08 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

En un sistema lliure, els modes propis descriuen moviments que ni la massa ni la rigidesa del sistema acoblen o fan dependents. Els termes no diagonals de $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{P}$ són els causants de l'acoblament per esmorteïment dels modes propis. Usualment, en sistemes on no està especialment previst un esmorteïment intens, aquest i, en particular, l'acoblament que genera són febles.

f) Les equacions del moviment [1] corresponen al sistema lliure o autònom, sense elements que originen forces o parells funció del temps. L'efecte d'aquestes forces

s'inclou en l'equació del moviment amb el vector d'excitació $\boldsymbol{e}$ que s'obté de l'expressió de la potència de les forces o parells que generen. $P = \sum_i Q_i \, \dot{q}_i$ on Q_i és la força generalitzada associada a la coordenada q_i i és la component e_i del vector d'excitació.

En aquest cas, el vector d'excitació ve donat per $\boldsymbol{e} = \left\{0, k_2 \, z(t) + c_2 \, \dot{z}(t)\right\}^{\mathrm{T}}$ i l'equació matricial del moviment és

$$\boldsymbol{M} \, \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C} \, \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K} \, \boldsymbol{q} = \boldsymbol{e} \qquad [2]$$

La matriu de resposta freqüencial $\boldsymbol{H}(\omega)$ prenent com a entrada el vector d'excitació $\boldsymbol{e}$ i com a sortida el moviment descrit amb el vector $\boldsymbol{q}$ s'obté fent la transformada de Fourier de l'equació matricial del moviment [2].

$$\left(-\boldsymbol{M} \, \omega^2 + \boldsymbol{C} \, \omega \, \mathrm{j} + \boldsymbol{K}\right) \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{H}(\omega) \, \boldsymbol{E} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{H}(\omega) = \left(-\boldsymbol{M} \, \omega^2 + \boldsymbol{C} \, \omega \, \mathrm{j} + \boldsymbol{K}\right)^{-1}$$

Anomenant $\boldsymbol{H}_{ij}$ les components de la matriu $\boldsymbol{H}(\omega)$, la transformada de Fourier del moviment alternatiu de l'objecte fràgil i del contenidor a causa de la vibració del terra $z(t)$ –excitació– ve donat per:

$$\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{H}_{21} \, \boldsymbol{E}_2; \quad \boldsymbol{X}_2 = \boldsymbol{H}_{22} \, \boldsymbol{E}_2$$

g) En règim estacionari, el moviment alternatiu de l'objecte fràgil és harmònic de la mateixa freqüència que l'excitació. La seva amplitud $x'_{1\mathrm{p}}$ ve donada per:

$$x'_{1\mathrm{p}} = \left|\boldsymbol{H}_{21}\left(2\,\pi\,f\right)\right| \left|z_{\mathrm{p}}\left(k_2 + c_2\left(2\,\pi\,f\right)\,\mathrm{j}\right)\right| = 40{,}27 \ \mu\mathrm{m}.$$

Amb la introducció de l'aïllament s'ha aconseguit reduir l'amplitud de vibració de l'objecte fràgil.

1 Es realitza l'anàlisi espectral de la vibració mesurada en un punt d'una màquina i s'obté que les freqüències predominants en la vibració corresponen a: 18 Hz, 27 Hz, 28 Hz i 42 Hz. Es pot afirmar que:

A Existeixen dues fonts de vibració de freqüències fonamentals 18 Hz i 28 Hz.

B Existeix dues fonts de vibració de freqüències fonamentals 9 Hz i 14 Hz.

C Existeix una font de vibració de freqüència fonamental 126 Hz.

D Existeix una font de vibració de freqüència fonamental 504 Hz.

2 Es desitja instal·lar, en un local, un determinat tipus de màquina que produeix un nivell de vibració, en valor eficaç, de 65 dB ref. a 10^{-6} mm/s. En el local no es pot superar un nivell de vibració, en valor eficaç, de 70 dB ref. a 10^{-6}mm/s. Quantes d'aquestes màquines es podran instal·lar en el local, suposant que la vibració que produeix cada màquina és descorrelada de la que produeixen les altres?

A 5

B 4

C 3

D 2

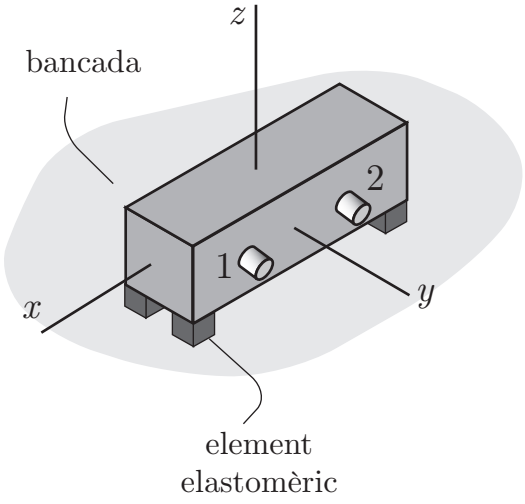
3 El valor eficaç de la velocitat de vibració definida per $v(t) = \left(10\cos\left(2\,\pi\,18\,t\right) + 5\cos\left(2\,\pi\,18\,t + 60^{\circ}\right)\right)$ mm/s és:

A $\sqrt{175/2}$ mm/s

B $\sqrt{75/2}$ mm/s

C $\sqrt{125/2}$ mm/s

D $\sqrt{150/2}$ mm/s



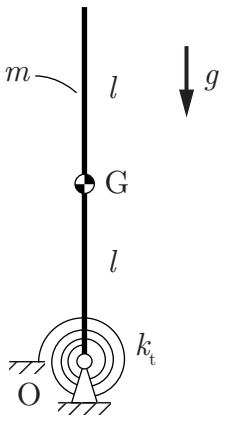
4 Es desitja determinar experimentalment les freqüències pròpies dels graus de llibertat (suposats dinàmicament desacoblats) del sòlid rígid de la figura. El sòlid recolza sobre la bancada a través de quatre elements elastomèrics i s'excita amb una força de direcció general a l'espai. Es col·loquen dos acceleròmetres piezoelèctrics unidireccionals en els punts 1 i 2 indicats per mesurar-ne la velocitat de vibració. En realitzar un escombrat freqüencial, es poden determinar les freqüències pròpies corresponents a:

A Translació segons x i rotació segons y.

B Translació segons y i rotació segons x.

C Translació segons x i rotació segons z.

D Translació segons y i rotació segons z.



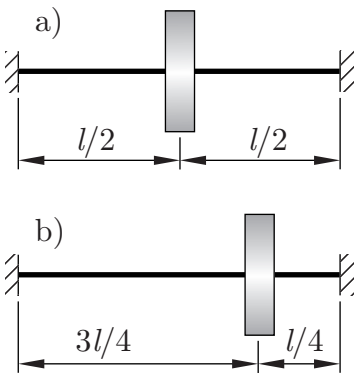
5 La barra homogènia de la figura, de massa m i llargada $2\,l$, està unida al terra mitjançant l'articulació O d'eix horitzontal i una molla torsional coaxial amb l'articulació. La molla és de comportament lineal de constant k_t i està distesa quan la barra està vertical. Quin és el mínim valor de k_t per tal que, en aquesta posició, l'equilibri de la barra sigui estable?

A $2\ m\ g\ l$

B $m\ g\ l$

C $m\ g\ l\ /\ 2$

D No existeix cap valor mínim; aquesta posició és sempre inestable.



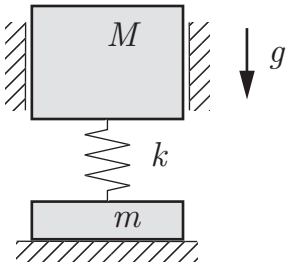
6 En un arbre encastat pels seus extrems es pot fixar un disc en dues configuracions diferents tal com s'indica a la figura. Si la freqüència pròpia de les vibracions a torsió en la configuració **a** és f_0, en la configuració **b** aquesta freqüència és:

A $2f_0/\sqrt{3}$

B $4f_0/3$

C $\sqrt{3}f_0/2$

D $3f_0/4$



7 La freqüència pròpia del sistema de la figura, si el bloc de massa m no perd contacte amb el terra, és:

A $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{M}}$

B $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$

C $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{M+m}}$

D $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2k}{M}}$

8 Els carrils de les vies dels trens es fixen a intervals regulars de manera que la seva rigidesa varia periòdicament si s'analitza des d'un tren que circula a velocitat constant. Les vibracions que es poden generar en el tren per aquesta causa són:

A Excitades

B Paramètriques

C Autoexcitades

D Lliures

9 Una màquina de $m = 75$ kg s'ha de muntar sobre una base sísmica suportada per 4 elements elàstics de rigidesa $k = 250$ N/mm cadascun i ha de quedar aïllada de les vibracions procedents del terra a partir de 10 Hz. Quina massa ha de tenir com a mínim la base sísmica?

A 253,3 kg

B 234,2 kg

C 506,6 kg

D 431,6 kg

10 La funció de resposta freqüencial entre una entrada i una sortida d'un sistema de comportament lineal és

$$\boldsymbol{H}\left(\omega\right) = \frac{1}{15\left(\omega \mathrm{j}\right)^2 + 300\left(\omega \mathrm{j}\right) + 150 \cdot 10^3} \ \mathrm{m/N}\,.$$

Si l'entrada és una funció harmònica de freqüència $f_1 = 20$ Hz i amplitud $F_\mathrm{p} = 40$ N, l'amplitud de la sortida és:

A 0,4224 mm

B 0,2775 mm

C 3,788 mm

D 5,765 mm

Full de respostes

Vibracions Mecàniques

1 de juny de 2022

P	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
1	B	D	C	B	B
2	C	A	C	B	D
3	A	C	B	C	B
4	D	D	B	C	A
5	B	B	C	A	A
6	A	C	A	A	A
7	A	D	D	D	A
8	B	D	D	B	D
9	D	C	B	B	D
10	A	A	C	A	C